NUMERE PRIME

Profesor Florea Adrian
Școala Gimnazială ,,Avram Iancu"
București

Să ne reamintim că un număr prim este numărul care are ca divizori doar pe 1 şi pe el însuşi. Ex.: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, etc. Orice număr prim are exact doi divizori.
Un număr care are şi alţi divizori în afară de 1 şi de el însuşi este număr *neprim* sau *compus.*
Numărul 1 nu este nici prim nici neprim. Singurul număr prim par şi totodată cel mai mic număr prim este 2. Grecii antici au cunoscut bine numerele prime. Astfel, Euclid a demonstrat că există o infinitate de numere prime, iar Eratostene a propus o metodă de aflare a numerelor prime (ciurul lui Eratostene).
Euclid a fost un mare matematician al Greciei antice şi în anul 300 Î.Hr. a demonstrat că nu există un cel mai mare număr prim. Astfel, el a presupus că ar exista un cel mai mare număr prim, pe care îl notăm cu p. Considerăm acum numărul $N = 2\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot p +1$ format din produsele tuturor numerelor prime până la p şi plus 1. Acest număr nu este divizibil cu nici unul dintre numerele 2, 3, … p. Deci numărul N ori este prim, ori este compus. Dacă N este prim, atunci $N>p$ şi am găsit astfel un număr prim mai mare decât p. Dacă N este compus, el se scrie ca produs de factori primi, care sunt mai mari decât p. Astfel, Euclid a demonstrat că mulţimea numerelor prime este infinită. Ex.: $2\cdot3 + 1 = 7$; $2\cdot3\cdot5 + 1 = 31$ numere prime; $2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13+1 = 30031 = 59\cdot509$, factori mai mari decât cei din şirul produselor.
Eratostene (275 – 194 Î. Hr.) a fost şi el un mare matematician din Grecia antică şi el a propus o metodă pentru a găsi numere prime. Astfel, pentru a găsi numere prime mai mici decât 100, se scriu toate numerele naturale de la 1 la 100 într-un tabel. Apoi tăiem pe 1 care nu este nici prim nici neprim. Primul număr prim este 2. Tăiem apoi toţi multiplii lui 2. Următorul număr netăiat este 3, care este prim. Tăiem toţi multiplii lui 3. La fel continuăm cu 5, apoi cu 7.
Deoarece $7\cdot7 = 49<100$ şi $11\cdot11 = 121>100$, toate numerele care au rămas după ce am tăiat şi multiplii lui 7, sunt numere prime.

~~1~~	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	~~4~~	$\boxed{5}$	~~6~~	$\boxed{7}$	~~8~~	~~9~~	~~10~~
$\boxed{11}$	~~12~~	$\boxed{13}$	~~14~~	~~15~~	~~16~~	$\boxed{17}$	~~18~~	$\boxed{19}$	~~20~~
~~21~~	~~22~~	$\boxed{23}$	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	$\boxed{29}$	~~30~~
$\boxed{31}$	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	$\boxed{37}$	~~38~~	~~39~~	~~40~~
$\boxed{41}$	~~42~~	$\boxed{43}$	~~44~~	~~45~~	~~46~~	$\boxed{47}$	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	$\boxed{53}$	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	$\boxed{59}$	~~60~~
$\boxed{61}$	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	$\boxed{67}$	~~68~~	~~69~~	~~70~~
$\boxed{71}$	~~72~~	$\boxed{73}$	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	$\boxed{79}$	~~80~~
~~81~~	~~82~~	$\boxed{83}$	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	$\boxed{89}$	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	$\boxed{97}$	~~89~~	~~99~~	~~100~~

Pentru a stabili dacă un număr mare, de exemplu 2311, este prim sau nu, verificăm dacă acest număr este divizibil cu numerele prime p care au proprietatea că $p^2<2311$. Numerele prime q pentru care $q^2>2311$, nu pot fi divizori ai lui 2311. Verificând pentru numerele prime mai mici decât 53, găsim că nici unul nu-l divide pe 2311. Pentru că $47^2 = 2209 < 2311$ şi $53^2 = 2809>2311$, ne oprim şi afirmăm că 2311 este număr prim.

De-a lungul timpului s-a căutat să se găsească numere prime din ce în ce mai mari. Astfel în 1939 s-a găsit că numărul $2^{127} - 1$ este prim. Acest număr are 39 de cifre. Folosindu-se calculatorul electronic în zilele noastre s-au găsit numere prime de câteva mii de cifre. În 1971 s-a găsit o expresie formată din 21 de variabile, de grad 21, care poate genera orice număr prim (vezi cartea "*Din spectacolul matematicii*" de Gh. Păun , pag. 129).

O expresie foarte simplă cu care se pot obţine numere prime este $n = x^2 - x + 41$ care pentru valori naturale ale lui x de la 0 la 40, generează numere prime cuprinse între 41 şi 1601. Pentru x = 41, $n = 41^2 - 41 + 41 = 41^2$, care nu mai este prim. O altă expresie din care rezultă şi mai multe numere prime este $n = x^2 - 79x + 1641$.

Citind un şir de numere prime observăm că există perechi de numere prime despărţite de un singur număr compus, cum ar fi: 3 şi 5, 5 şi 7,…, 41 şi 43,…. Aceste perechi de numere se numesc numere *gemene*. Mai există astfel de perechi pentru numere prime foarte mari?
Nu s-a demonstrat încă.

- În legătură cu numerele prime şi cu numerele pare, matematicianul Goldbach a făcut o observaţie interesantă, anume că orice număr par începând cu 4 se poate scrie ca suma a două numere prime: 4=2+2; 6 =3+3; 8 = 3+5; 10 = 3+7 = 5 +5; 12 = 5 + 7; 14= 3 + 11 = 7 + 7; 16 = 13 + 3; 18 = 7 + 11, etc.

- Tot în legătură cu numerele prime, s-a mai constatat că orice număr prim mai mare decât 3, este un multiplu de 6, plus sau minus 1:

5 = 6 – 1; 7 = 6 + 1; 11 = 2·6 – 1; 13 = 2·6 + 1;
17 = 3·6 – 1 ; 19 = 3·6 + 1; … 61 = 10·6 + 1 ; … 113 = 19·6 – 1

Această constatare a fost făcută de unul dintre cei mai mari matematicieni ai lumii, G. W. Leibniz (1646- 1716). Aceste proprietăţi descoperite de Goldbach şi de Leibniz au fost verificate pentru foarte multe numere, dar nu s-a găsit încă o demonstraţie generală.

Numerele prime sunt în continuare o cetate încă necucerită integral de către matematicieni!

Bibliografie

GURAN E. *Matematică recreativă,* Editura Junimea, 1985

BOBANCU V., *Caleidoscop matematic,* Editura Albatros, București 1979

GARDNER, M., *Amuzamente matematice*, Editura ştiinţifică, Bucureşti, 1968.

LITTLEWOOD, J.E., *Varietăţi matematice,* Editura enciclopedică română, Bucureşti, 1969.

MIHAILEANU, N., *Istoria matematicii*. *Antichitatea, Evul mediu, Renaşterea,* Editura enciclopedică română, Bucureşti, 1974.

VODA, V, Gh., *Surprize în matematica elementară*, Editura Albatros, Bucureşti, 1981.

IOSUB B. *Aritmetica distractivă,* Editura Tineretului, București, 1957