

## LOCURI GEOMETRICE

Profesor Florea Adrian  
Școala Gimnazială „Avram Iancu”  
București

Studiind proprietățile figurilor geometrice, matematicienii antici au observat că multe dintre acestea sunt formate din puncte care au proprietăți comune. Astfel, punctele din plan care sunt situate la aceeași distanță față de capetele unui segment, se găsesc într-un anumit loc, anume pe mediatoarea segmentului. Se spune că mediatoarea segmentului este *locul geometric* al punctelor din plan în care este inclus segmentul, puncte care au proprietatea că fiecare se află la distanțe egale față de capetele segmentului.

În figura alăturată  $m$  este mediatoarea segmentului  $AB$  și  $D, C, O$  și  $P$  sunt puncte ale acestei mediatoare.

$OA=OB, CA=CB, DA=DB, \dots PA=PB$  și orice alt punct  $Q$  pentru care  $QA=QB$  aparține mediatoarei  $m$ .

\* Prin *loc geometric* înțelegem figura geometrică formată din mulțimea tuturor punctelor care au aceeași proprietate.

La unele probleme de loc geometric, prin formularea enunțului se indică figura care este loc geometric și se demonstrează că orice punct al locului respectiv are proprietatea specificată.

Exemplu:

*Bisectoarea unui unghi este locul geometric al punctelor din plan situate la distanțe egale față de laturile unghiului.*

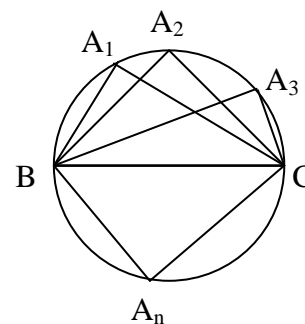
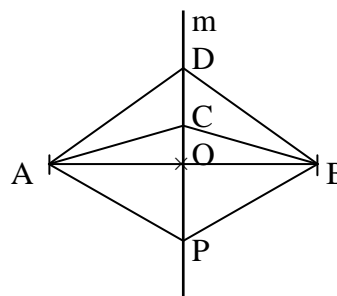
La alte probleme se specifică doar proprietatea comună punctelor ce formează locul geometric pe care trebuie să-l determinăm. Exemplu:

*Aflați locul geometric al vârfurilor triunghiurilor dreptunghice care au aceeași ipotenuză.*

La rezolvarea acestui tip de problemă, trebuie să punem în evidență câteva puncte care au proprietatea enunțată și apoi să deducem figura formată din toate punctele care au aceeași proprietate. Figura, adică locul geometric căutat, poate fi un segment, o semidreaptă, o dreaptă, un arc de cerc, semicerc sau cerc, etc.

Rezolvarea completă cuprinde două părți (două propoziții):

1. Orice punct al figurii are proprietatea enunțată.
2. Orice punct care are proprietatea enunțată aparține figurii.



Notând cu  $F$  mulțimea punctelor care formează locul geometric și cu  $P$  mulțimea punctelor care au proprietatea din enunț, trebuie să demonstrăm dubla incluziune:  $F \subset P$  și  $P \subset F$ .

În unele demonstrații, în locul propoziției 1. se folosește o propoziție echivalentă cu aceasta:

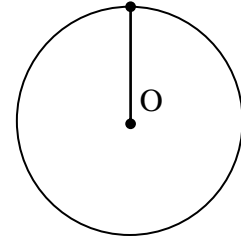
1' Orice punct care nu are proprietatea din enunț nu aparține figurii.

În locul propoziției (2) se poate folosi propoziția echivalentă:

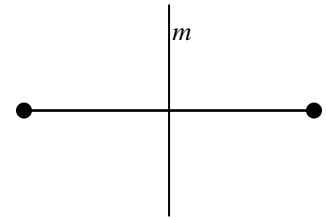
2' Orice punct care nu aparține figurii nu are proprietatea din enunț.

### Locuri geometrice

1. Locul geometric al punctelor dintr-un plan egal depărtate față de un punct dat  $O$ , este un cerc de centru  $O$ .



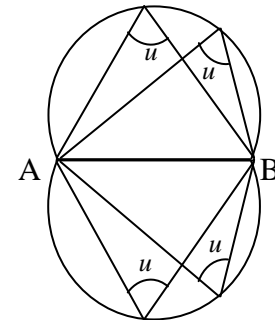
2. Locul geometric al punctelor dintr-un plan egal depărtate de capetele unui segment (din acel plan), este mediatoarea segmentului.



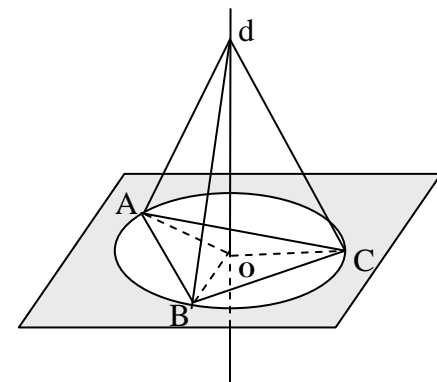
3. Locul geometric al punctelor dintr-un plan egal depărtate de laturile unui unghi (din acel plan), este bisectoarea unghiului.

4. Locul geometric al punctelor dintr-un plan egal depărtate de două drepte paralele  $a$  și  $b$  (incluse în acel plan), este o dreaptă  $d$  paralelă cu cele două drepte date.

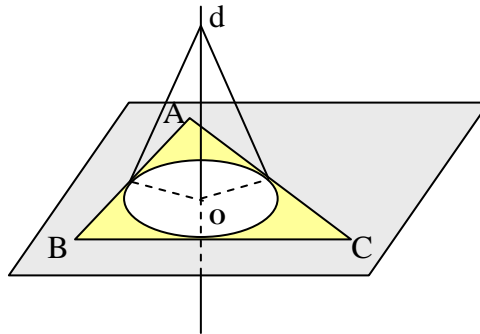
5. Locul geometric al punctelor din care un segment dat  $AB$  se vede sub un unghi de măsură dată  $u$ , este format din două arce de cerc care trec prin  $A$  și  $B$  și care se numesc *arce capabile de un unghi  $u$* .



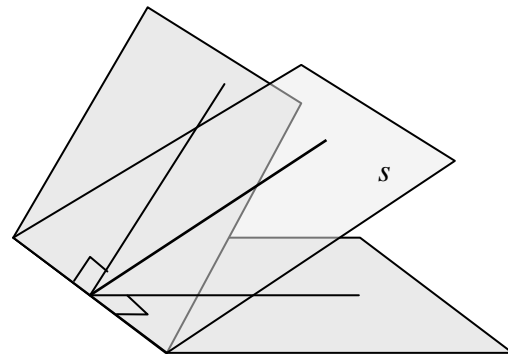
6. Locul geometric al punctelor din spațiu egal depărtate de vârfurile unui triunghi, este perpendiculara dusă în centrul cercului circumscris triunghiului, pe planul acestuia.



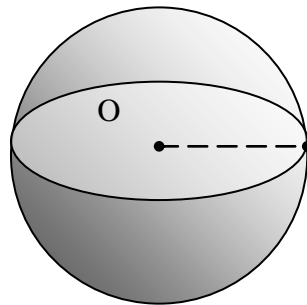
7. Locul geometric al punctelor din spațiu egal depărtate de laturile unui triunghi, este perpendiculara pe planul triunghiului, dusă în centrul cercului înscris în triunghi.



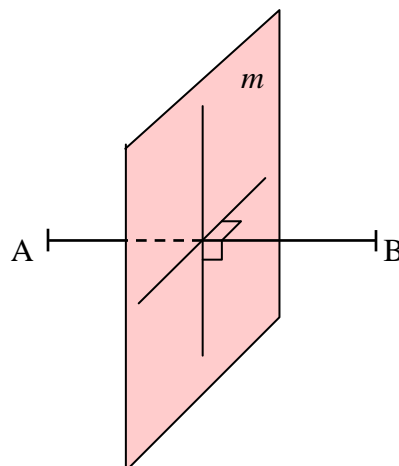
8. Locul geometric al punctelor din spațiu egal depărtate de două semiplane neparalele, este un semiplan, numit *semiplan bisector* ( $s$ ).



9. Locul geometric al punctelor din spațiu egal depărtate de un punct fixat, este sfera cu centrul în punctul dat.



10. Locul geometric al punctelor din spațiu egal depărtate de capetele unui segment de dreaptă este un plan perpendicular dus în mijlocul segmentului. Acest plan se numește *plan mediator*.



## Bibliografie

GURAN E. *Matematică recreativă*, Editura Junimea, 1985

BOBANCU V., *Caleidoscop matematic*, Editura Albatros, București 1979

GARDNER, M., *Amuzamente matematice*, Editura științifică, București, 1968.

LITTLEWOOD, J.E., *Varietăți matematice*, Editura enciclopedică română, București, 1969.

MIHAILEANU, N., *Istoria matematicii. Antichitatea, Evul mediu, Renașterea*, Editura enciclopedică română, București, 1974.

VODA, V, Gh., *Surprize în matematica elementară*, Editura Albatros, București, 1981.

IOSUB B. *Aritmetica distractivă*, Editura Tineretului, București, 1957