

## ECUAȚII LOGARITMICE - PROIECT DIDACTIC

Prof. Pop Adrian, Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare

**Clasa :** a-X-a B

**Obiectul :** Matematică - Algebră

**Subiectul lecției :** Ecuatii logaritmice

**Tipul lecției :** Lecție de formare de priceperi și deprinderi de calcul.

**Competențe generale :**

1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural sau contextual cuprinse în enunțuri matematice.
3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.
4. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă în scopul găsirii de strategii pentru optimizarea soluțiilor.
5. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.

**Competențe specifice :**

1. Utilizarea de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și rezolvarea de ecuații.
2. Utilizarea echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice.
3. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice.

**Strategia didactică:** activ-participativă.

- **Metode și procedee didactice :** conversația euristică, exercițiul, demonstrația, munca independentă.
- **Material didactic utilizat :** manual clasa a-X-a , fișe de lucru .
- **Tipuri de activități :** frontală și individuală.
- **Procedee de evaluare:** analiza răspunsurilor, observarea sistematică a atenției, verificarea cantitativă și calitativă a temei.

**Scenariu didactic:**

**1.Moment organizatoric:** Verificarea prezenței elevilor și notarea absențelor (dacă sunt) în catalog;

Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfășurare a orei;

**2.Captarea atenției:** Verificarea temei elevilor prin sondaj folosind dialogul profesor-elev; elev-elev, prin confruntarea rezultatelor (în cazul în care apar diferențe se rezolvă exercițiile la tablă).

**3.Informarea elevilor asupra obiectivelor lecției:** Se anunță și se scrie pe tablă titlul lecției: **Ecuatii logaritmice.**

#### 4. Prezentare de material nou

Se numește ecuație logaritmică o ecuație în care necunoscuta sau o expresie ce conține necunoscuta apare la argumentul sau baza unui logaritm.

Rezolvarea ecuațiilor logaritmice se bazează pe proprietățile funcției logaritmice.

În rezolvarea ecuațiilor logaritmice se pun condițiile de existență ale logaritmilor care intervin în ecuație.

Cele mai importante tipuri de ecuații logaritmice sunt:

1. Ecuații logaritmice de forma  $\log_{g(x)} f(x) = a, a \in R$ .

$$\text{Se impun condițiile de existență: } \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

Ecuația este echivalentă cu:  $f(x) = (g(x))^a$  care se rezolvă, după care verificăm care soluții verifică condițiile de existență. Aceste soluții sunt soluțiile ecuației exponențiale.

Exemplu: Să se rezolve ecuația:  $\log_3(x-2) = 2$

Rezolvare: Se impun condițiile de existență:  $x-2 > 0 \Leftrightarrow x \in (2, \infty)$

Ecuația este echivalentă cu:  $x-2 = 9 \Leftrightarrow x = 11 \in (2, \infty)$ .  $S = \{11\}$ .

2. Ecuații logaritmice ce conțin logaritmi în aceeași bază:

$$\log_{g(x)} f(x) = \log_{g(x)} h(x)$$

$$\text{Se impun condițiile de existență: } \begin{cases} f(x) > 0 \\ h(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases} . \text{ Ecuația este echivalentă cu } f(x) = h(x) \text{ care se rezolvă,}$$

după care verificăm care soluții verifică condițiile de existență. Aceste soluții sunt soluțiile ecuației exponențiale.

Exemplu: Să se rezolve ecuația:  $\log_{x+4}(x^2 - x - 1) = \log_{x+4}(5 - 2x)$

$$\text{Se impun condițiile de existență: } \begin{cases} x^2 - x - 1 > 0 \\ 5 - 2x > 0 \\ x + 4 > 0 \\ x + 4 \neq 1 \end{cases} .$$

Ecuația este echivalentă cu:  $x^2 - x - 1 = 5 - 2x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -3, x_2 = 2$ .

Dar  $x_1 = -3$  nu verifică sistemul impus și  $x_2 = 2$  verifică condițiile impuse  $\Rightarrow S = \{2\}$ .

2. Ecuații logaritmice ce conțin logaritmi în baze diferite. Acestea se rezolvă punând condițiile de

existență și se aduc logaritmii la aceeași bază folosind formula:  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}, a, b > 0, a, b \neq 1$ .

Exemplu: Să se rezolve ecuația:  $2 \log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 9$

Rezolvare: Se impune condiția  $x > 0$ . Transformăm logaritmii la baza 3:

$$\log_{\sqrt{3}} x = \frac{\log_3 x}{\log_3 \sqrt{3}} = 2 \log_3 x, \quad \log_{\frac{1}{3}} x = \frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = -\log_3 x.$$

Ecuția devine:  $3 \log_3 x = 9 \Leftrightarrow \log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 27 \in (0, \infty)$ .  $S = \{27\}$ .

4. Ecuții exponențial logaritmice:

Exemplu: Să se rezolve ecuația:  $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$ .

Se impune condiția:  $9 - 2^x > 0$

Ecuția este echivalentă cu:  $9 - 2^x = 2^{3-x} \Leftrightarrow 9 - 2^x = \frac{8}{2^x}$ . Notăm  $2^x = t$  și ecuația devine:

$t^2 - 9t + 8 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 1, t_2 = 8$ . Revenind la notația făcută obținem  $x_1 = 0, x_2 = 3$ . Ambele soluții verifică condițiile de existență  $\Rightarrow S = \{0, 3\}$ .

**5. Consolidarea cunoștințelor și asigurarea feed-back-ului :** Fiecare elev va primi cate o fișă de lucru. Pe parcursul rezolvării exercițiilor, profesorul intervine cu întrebări ,adresate atât elevilor de la tablă cât și celor din clasă, pentru a se clarifica demersul rezolvării.

**6. Tema pentru acasă :** Se vor propune spre rezolvare ca temă pentru acasă , exercițiile rămase nerezolvate din fișă .

**7. Aprecieri:** se notează elevii care s-au evidențiat în timpul orei.